

Análise Complexa e Equações Diferenciais

1º Semestre 2020/2021

Teste — Semana 7 — 4 de Novembro de 2020

(CURSOS: LMAC, MEFT)

- [5,0 val] 1. Seja C o segmento de reta de $-i$ até i . Calcule

$$\int_C \sqrt{z} dz,$$

considerando o ramo principal da raiz quadrada.

- [5,0 val] 2. (a) Mostre que

$$\left| \oint_{|z|=R} \frac{z^7 + z^3 + 2}{z^{11} + 1} dz \right| \rightarrow 0$$

quando $R \rightarrow \infty$, em que a circunferência é percorrida uma vez no sentido positivo.

- [5,0 val] (b) Decida, justificadamente, se existe primitiva de $f(z) = \frac{z^7 + z^3 + 2}{z^{11} + 1}$ no domínio $\{z \in \mathbb{C} : |z| > 1\}$.

- [5,0 val] 3. Obtenha o valor do integral

$$\int_{\gamma} \frac{ze^z}{(z^3 + 8)^3} dz,$$

em que γ é o caminho parametrizado por $\gamma(t) = -3 - 2e^{2it}$, $t \in [0, 5\pi]$.